

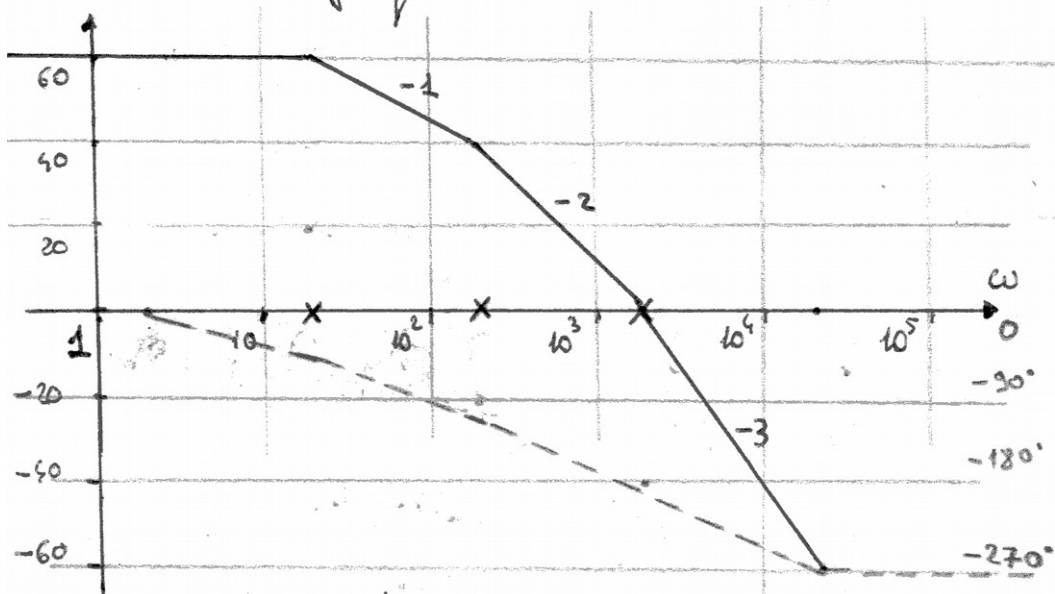
QUESITO 3

Verifichiamo la stabilità

$$W(s) = \frac{1000}{(1 + 5 \cdot 10^{-2}s)(1 + 5 \cdot 10^{-3}s)(1 + 5 \cdot 10^{-4}s)}$$

ha 3 poli: $s_1 = 20$ $s_2 = 200$ $s_3 = 2000$

e su un grafico tracciato a mano:



l'attraversamento dell'asse ω avviene per $\omega = 2000$, vediamo la fase per $\omega = 2000$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(5 \cdot 10^{-2}\omega) - \arctg(5 \cdot 10^{-3}\omega) - \arctg(5 \cdot 10^{-4}\omega)$$

$$\varphi_{(2000)} = -\arctg(100) - \arctg(10) - \arctg(1) = -218^\circ$$

inferiore a -180° quindi il sistema è instabile ad anello chiuso.

La rete correttiva deve fare in modo che il margine di fase φ_m sia compreso tra 45° e 60° che significa avere un attraversamento a 0dB per una fase compresa tra -135° e -120°

Si possono usare più metodi di stabilizzazione, il testo non indica specifiche di scelta.

1° metodo: riduzione del guadagno d'anello.

Riducendo il guadagno d'anello il grafico del modulo scende verso il basso, mentre quello della fase resta invariato (tratteggiato).

Allora, usando il grafico, quando $\varphi = -135^\circ$ si legge circa $\omega_c = 300$, verifichiamo calcolando

$$\varphi_{(300)} = -151^\circ, \text{ portiamo con } \varphi_{(200)} = -135^\circ$$

quindi annuniamo per $\omega_c = 200$ [rad/s]
e quindi il modulo deve essere diminuito di $|W_{(200)}|_{dB} = 40$ dB del grafico.

In pratica cerchiamo $C(s) = k_2$ in modo

$$\text{tale che per } \omega \rightarrow 0 \quad |W(s)|_{s \rightarrow 0} = 20 \log_{10}(k_2 \cdot 1000) = 20 \text{ dB}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (k_2 \cdot 1000) = 1 \quad k_2 \cdot 1000 = 10 \quad k_2 = 0,01$$

ottenendo per la nuova $W(s)$

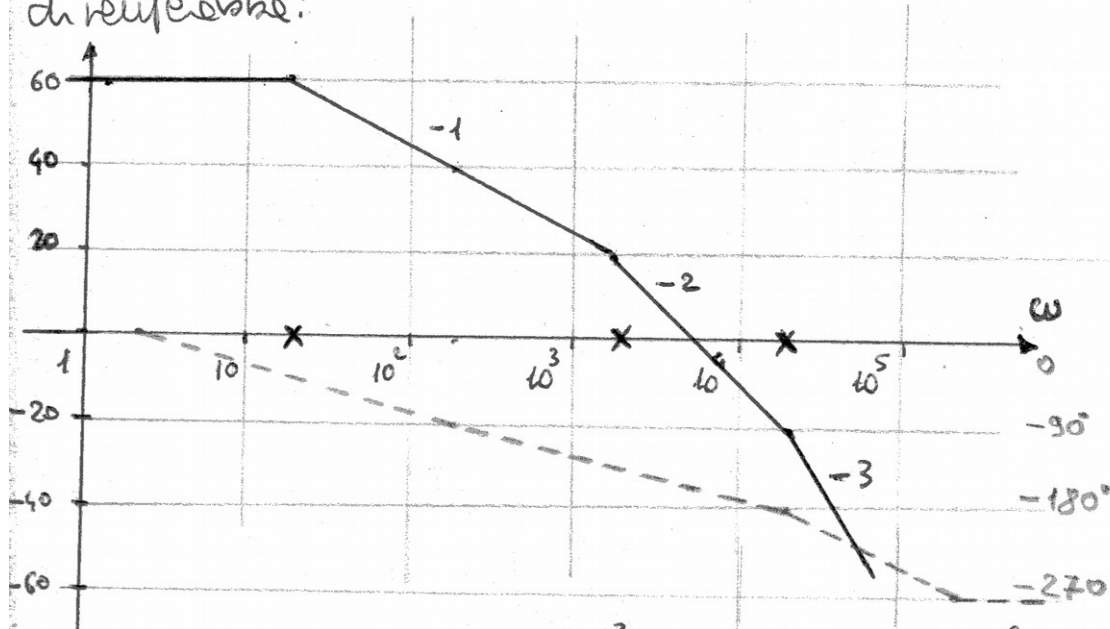
$$W(s) = \frac{10}{(1+5 \cdot 10^{-2}s)(1+5 \cdot 10^{-3}s)(1+5 \cdot 10^{-4}s)} \quad \text{che}$$

nel diagramma di Bode interseca l'asse
per $\omega_c \approx 200$ e la fase sarà

$\varphi_{(200)} = -135^\circ$ quindi il margine di fase
è $m_\varphi = (180 - 135) = 45^\circ$ come desiderato.

Nota: Tale metodo però riduce la precisione
del controllo, l'efficacia della neutralizzazione
dei disturbi. La riduzione di ω_c da 2000 a
200 rad/s riduce la velocità di risposta
del sistema.

2° metodo spostamento verso destra di un polo. Cancelliamo il polo in $\omega = 200$ e introduciamo il nuovo polo in $20 \cdot 10^3$ [rad/s]. Il grafico diventerebbe:



Quindi $C(s) = \frac{1 + 5 \cdot 10^{-3} s}{1 + 5 \cdot 10^{-5} s}$ ottenendo la

$$\text{nuova } W(s) = \frac{1000}{(1 + 5 \cdot 10^{-2} s)(1 + 5 \cdot 10^{-4} s)(1 + 5 \cdot 10^{-5} s)}$$

corrispondente al grafico disegnato.

Dal grafico però si nota che la ω_c cade in un valore tale che la fase è di poco superiore a -180° , quindi ad quello chiuso non si avrebbe una buona stabilità.

Ma dal grafico tracciato è evidente che se si opera anche una diminuzione del guadagno statico (contenuta rispetto al metodo 1), per esempio di 20 dB corrispondente a un $k_2 = 0,1$ l'attraversamento del modulo si avrebbe per circa $\omega_c = 2000$

Valutiamo meglio con un calcolo:

$$|W(\omega)|_{dB} = 20 \lg \frac{100}{\sqrt{1+(5 \cdot 10^{-2} \omega)^2} \sqrt{1+(5 \cdot 10^{-4} \omega)^2} \sqrt{1+(5 \cdot 10^{-5} \omega)^2}}$$

calcoliamo.

$$|W_{(2000)}|_{dB} = -3 \text{ dB} \quad \text{proviamo con } \omega = 1000$$

$$|W_{(1000)}|_{dB} = 5 \text{ dB} \quad \text{proviamo con } \omega = 1500$$

$$|W_{(1500)}|_{dB} = 0,5 \text{ dB} \quad \text{sufficientemente vicino a 0 dB}$$

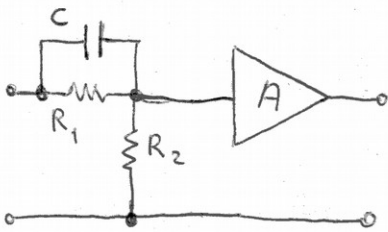
e la fase risulterebbe

$$\varphi_{(1500)} = -\arctg(5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3) - \arctg(5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3) - \arctg(5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,5 \cdot 10^3) = -130^\circ$$

e il margine di fase è $m_\varphi = |180 - 130| = 50^\circ$
 quindi la rete costruita che non soppesa
 troppo il sistema originale può essere

$$C(s) = 0,1 \frac{1 + 5 \cdot 10^{-3} s}{1 + 5 \cdot 10^{-5} s}$$

Una possibile rete elettrica può essere



dove l'amplificatore A
 deve compensare l'attenuazione
 $\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ della rete in
 accordo con $C(s)$.

Con tale rete

$$C(s) = \frac{R_2}{\frac{R_1 \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}} + R_2} A = \frac{R_2 (1 + sCR_1)}{R_1 + R_2 (1 + sCR_1)} A =$$

$$= \frac{R_2(1+SC R_1)}{(R_1+R_2)\left(1+SC \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\right)} A$$

e confrontando
con la $S(s)$
desiderata si deve

porre

$$CR_1 = 5 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

$$C \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = 5 \cdot 10^{-5} \quad (2)$$

$$\frac{R_2}{R_1+R_2} A = 0,1 \quad (3)$$

Scegliamo per C il valore
47 nF e calcoliamo le
resistenze, dalla (1)

$$R_1 = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{47 \cdot 10^{-9}} = \underline{106 \text{ k}\Omega} \cdot R_1$$

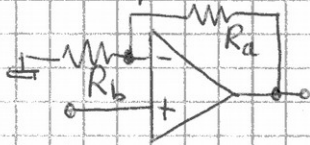
dalla (2):
$$\frac{47 \cdot 10^{-9} \cdot 106 \cdot 10^3 R_2}{106 \cdot 10^3 + R_2} = 5 \cdot 10^{-5}$$

$$5 \cdot 10^{-3} R_2 = 5,3 + 5 \cdot 10^{-5} R_2 \quad \text{trascurabile}$$

$$R_2 = \frac{5,3}{5 \cdot 10^{-3}} \approx \underline{1 \text{ k}\Omega} \quad \text{ora dalla (3)}$$

$$\frac{10^3}{107 \cdot 10^3} A = 0,1 \quad \rightarrow \quad 0,01 A = 0,1 \quad A = 10$$

e si può usare un ampli non invertente



$$1 + \frac{R_a}{R_b} = 10$$

$$\frac{R_a}{R_b} = 9$$

$$R_a = \underline{90 \text{ k}\Omega}$$

$$R_b = \underline{10 \text{ k}\Omega}$$